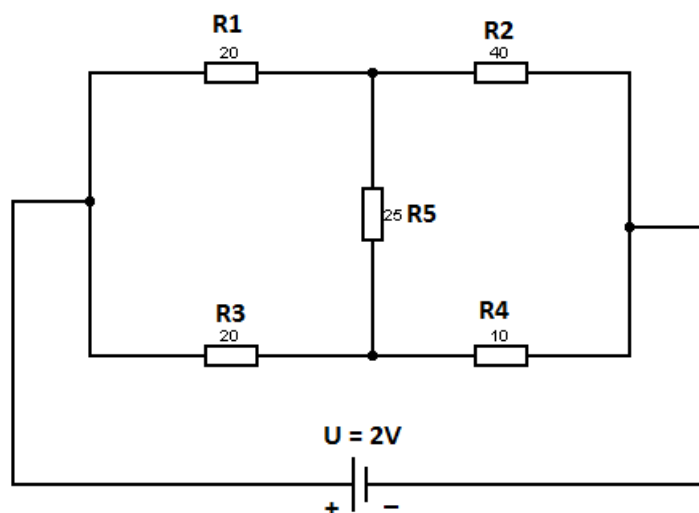


Příklad:

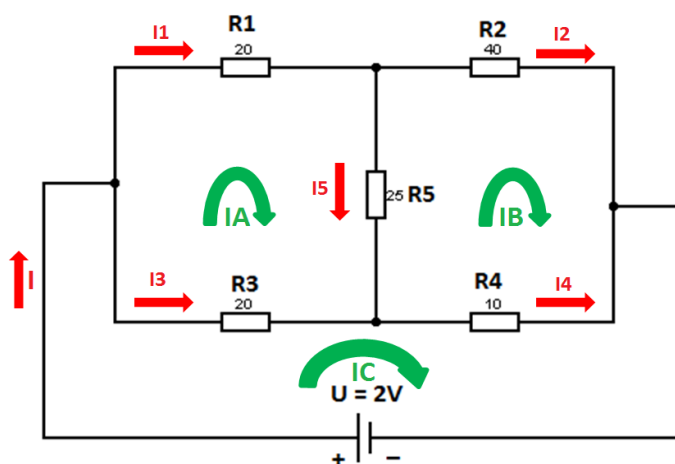
Vypočítejte všechny proudy v jednotlivých odporech řešením matice – Cramerovo pravidlo.

Poznámka: Je to velmi snadné!



Řešení:

1. Označíme si jednotlivé proudy (červeně) a proudy smyček (zeleně). Na červené proudy nyní chvíli zapomeneme a řešíme pomocí smyčkových (zelených) proudů. Tyto jsou pouze tři a proto potřebujeme pro tři neznámé sestavit tři rovnice.



2. Podle II. KZ stanovíme rovnice pro jednotlivé smyčky.

a) Pro smyčku I_A platí:

$$R1 \cdot I_A + R5 \cdot (I_A - I_B) + R3 \cdot (I_A - I_C) = 0 \text{ (voltů)}$$

$$20 \cdot I_A + 25 \cdot (I_A - I_B) + 20 \cdot (I_A - I_C) = 0$$

$$65 \cdot I_A - 25 \cdot I_B - 20 \cdot I_C = 0$$

b) Pro smyčku I_B platí:

$$R2 \cdot I_B + R4 \cdot (I_B - I_C) + R5 \cdot (I_B - I_A) = 0 \text{ (voltů)}$$

$$40 \cdot I_B + 10 \cdot (I_B - I_C) + 25 \cdot (I_B - I_A) = 0$$

$$-25 \cdot I_A + 75 \cdot I_B - 10 \cdot I_C = 0$$

c) Pro smyčku I_C platí:

$$R3 \cdot (I_C - I_A) + R4 \cdot (I_C - I_B) = 2 \text{ (volty)}$$

$$20 \cdot (I_C - I_A) + 10 \cdot (I_C - I_B) = 2$$

$$-20 \cdot I_A - 10 \cdot I_B + 30 \cdot I_C = 2$$

3. Sestavíme matici

$$\begin{pmatrix} 65 & -25 & -20 \\ -25 & 75 & -10 \\ -20 & -10 & 30 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

4. Řešíme matici

Matice je vlastně jakási tabulka o n sloupcích a m řádcích. Naše matice má stejný počet sloupců i řádků – je to tzv. **čtvercová matice**. Pomocí Cramerova pravidla počítáme **determinant**.

a) Matici rozšíříme o další dva (modré) řádky – pod tuto matici opíšeme první dva řádky matice:

$$\begin{pmatrix} 65 & -25 & -20 \\ -25 & 75 & -10 \\ -20 & -10 & 30 \\ \mathbf{65} & \mathbf{-25} & \mathbf{-20} \\ \mathbf{-25} & \mathbf{75} & \mathbf{-10} \end{pmatrix}$$

b) Sečteme násobky prvků na hlavních diagonálách a odečteme od nich součet násobků ve vedlejších diagonálách.

$$D = (65 \cdot 75 \cdot 30) + (-25 \cdot -10 \cdot -20) + (-20 \cdot -25 \cdot -10) - (-20 \cdot 75 \cdot -20) - (-10 \cdot -10 \cdot 65) - (30 \cdot -25 \cdot -25) =$$

$$= 146\,250 + (-5\,000) + (-5\,000) - 30\,000 - 6\,500 - 18\,750 = \mathbf{81\,000}$$

Determinant matice soustavy je nenulový - matice je **regulární**, pak má soustava právě jedno řešení.

$$\begin{pmatrix} 0 & -25 & -20 \\ 0 & 75 & -10 \\ 2 & -10 & 30 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{\begin{pmatrix} 0 & -25 & -20 \\ 0 & 75 & -10 \end{pmatrix}}$$

$$D_A = 0 + 0 + 500 + 3\,000 = \mathbf{3\,500}$$

$$I_A = D_A/D = 3\,500/81\,000 = \mathbf{0,0432\,A = 43,2\,mA}$$

$$\begin{pmatrix} 65 & 0 & -20 \\ -25 & 0 & -10 \\ -20 & 2 & 30 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{\begin{pmatrix} 65 & 0 & -20 \\ -25 & 0 & -10 \end{pmatrix}}$$

$$D_B = 0 + 1000 + 0 + 1\,300 = \mathbf{2\,300}$$

$$I_B = D_B/D = 2\,300/81\,000 = \mathbf{0,02839\,A = 28,39\,mA}$$

$$\begin{pmatrix} 65 & -25 & 0 \\ -25 & 75 & 0 \\ -20 & -10 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{\begin{pmatrix} 65 & -25 & 0 \\ -25 & 75 & 0 \end{pmatrix}}$$

$$D_C = 9\,750 - 1\,250 = 8\,500$$

$$I_C = D_C/D = 8\,500/81\,000 = 0,1049\text{ A} = 104,9\text{ mA}$$

5. Určíme jednotlivé proudy

$$I_1 = I_A = 43,2\text{ mA}$$

$$I_2 = I_B = 28,39\text{ mA}$$

$$I = I_C = 104,9\text{ mA}$$

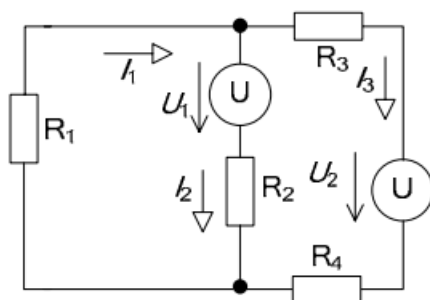
$$I_3 = I_C - I_A = \dots\dots\dots\text{dopočítej}\dots\dots\dots$$

$$I_4 = I_C - I_B = \dots\dots\dots\text{dopočítej}\dots\dots\dots$$

$$I_5 = I_A - I_B = \dots\dots\dots\text{dopočítej}\dots\dots\dots$$

K vlastnímu řešení:

Metodou smyčkových proudů vypočtete proudy I_1, I_2, I_3 .



$$U_1 = 20\text{ V}, U_2 = 30\text{ V}$$

$$R_1 = R_2 = R_4 = 10\ \Omega$$

$$R_3 = 20\ \Omega$$

Výsledky: $I_1 = \underline{-1,286\text{ A}}, I_2 = \underline{-0,714\text{ A}}, I_3 = \underline{-0,571\text{ A}}$